2. ДИСКРЕТИЗАЦИЯ И КВАНТОВАНИЕ СИГНАЛОВ

В систему обработки информации сигналы поступают, как правило, в непрерывном виде. Далее они преобразуются к дискретному виду, более удобному для обработки. Для этого выполняются операции дискретизации (по времени) и квантования (по уровню). Получившиеся дискретные отсчеты кодируются тем или иным образом, и на вход вычислителя системы ЦОС поступает последовательность цифр. Операции дискретизации и квантования, выполняются АЦП, операции преобразования цифрового сигнала в аналоговый – ЦАП. В данной главе рассматриваются основные проблемы, возникающие при преобразованиии сигналов из одной формы в другую, и пути их решения. Также рассмотрены принципы построения ЦАП и АЦП. Особое внимание уделено сигма-дельта АЦП.

2.1. Дискретизация непрерывных сигналов

Под дискретизацией понимается преобразование непрерывного сигнала в дискретный, представляемый совокупностью отсчетов, по которым непрерывный сигнал может быть восстановлен с заданной точностью. Без потери общности везде в данной главе будем предполагать, что отсчеты сигнала являются отсчетами времени. На Рис.2.1 показан процесс дискретизации сигнала $x(t)$. Интервал времени T, через который берутся значения непрерывного сигнала называется интервалом, или шагом дискретизации. Обратная шагу дискретизации величина называется частотой дискретизации, или частотой взятия отсчетов $f_д$.

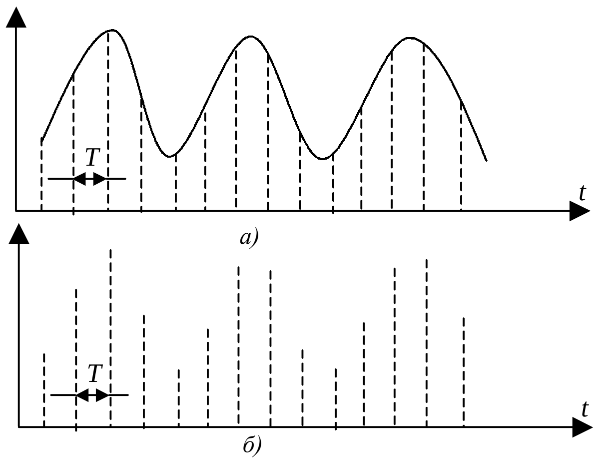

Рис.2.1. Дискретизация непрерывного сигнала;
а) исходный сигнал; б) сигнал после дискретизации.

Возникает вопрос: с какой частотой брать отсчеты сигнала для того, чтобы была возможность его обратного восстановления по этим отсчетам? Очевидно, что если мы будем брать отсчеты слишком редко, то в них не будет содержаться информация о быстро меняющемся сигнале. Скорость изменения сигнала характеризуется верхней частотой его спектра. Таким образом, интуитивно понятно, что минимально допустимая ширина интервала дискретизации связана с наибольшей частотой спектра сигнала, обратно пропорциональна ей.

Тогда если сигнал не ограничен по спектру (верхняя частота стремится к бесконечности), то минимально допустимая величина интервала дискретизации будет стремиться к нулю. Отсюда следует важный вывод: без потерь информации дискретными отсчетами могут быть представлены лишь ограниченные по спектру аналоговые сигналы. Именно поэтому в системах ЦОС перед выполнением дискретизации сигнала его спектр ограничивается путем применения фильтра низких частот, который называется еще антиэлайзинговым фильтром. К сожалению, этот фильтр искажает форму входного сигнала. По-видимому, единственный способ бороться с искажениями – это резко увеличить полосу пропускания системы.

Явление элайзинга заключается в возникновении искажений сигнала за счет наложения спектра при неудачном выборе частоты дискретизации. Дискретизация во времени приводит к появлению периодических копий спектра сигнала, как показано на Рис.2.2. При слишком малой частоте дискретизации эти копии перекрываются, что приводит к искажениям сигнала при его восстановлении (Рис.2.2(б)). Гармоники сигнала с частотами выше частоты дискретизации отображаются в частоты ниже этой частоты, создавая помехи.Как видно из Рис.2.2(а), предельная частота дискретизации $f_д$, при которой перекрытия еще не происходит равна удвоенной верхней частоте спектра сигнала, $2F_B$. Эта частота называется частотой Найквиста. Дискретизация с частотой Найквиста называется предельной дискретизацией. Сигнал, дискретизированный с $f_д > 2F_B$, называется передискретизированным сигналом. Несмотря на то, что в этом случае получается избыточно большое число отсчетов, иногда такая техника необходима, особенно при анализе сигналов, выделении каких-то признаков. Кроме того, передискретизация широко применяется внутри современных АЦП, как это будет описано в п.2.3.

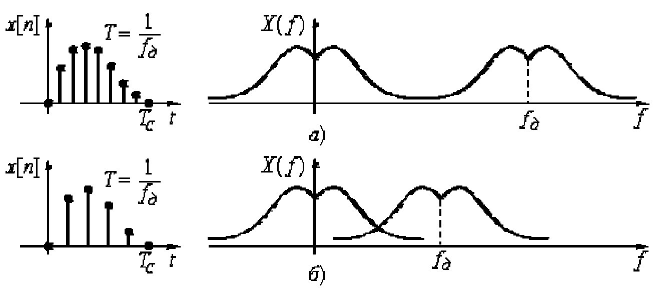

Рис.2.2. Периодические спектры сигнала, возникающие при дискретизации.

Если шаг дискретизации постоянен, то дискретизация называется равномерной, в противном случае – неравномерной. При неравномерной дискретизации шаг «подстраивается» под скорость изменения сигнала, увеличиваясь на гладких, мало информативных участках. Несмотря на то, что при этом уменьшается количество несущих всю информацию о сигнале отсчетов, появляется потребность в хранении значения интервала дискретизации между каждой парой отсчетов. Поэтому, неравномерная дискретизация редко применяется на практике.

Для случая равномерной дискретизации справедлива теорема Котельникова, которую он опубликовал в 1933 году в работе “О пропускной способности “эфира” и проволоки в электросвязи”. Она гласит: если непрерывный сигнал $x(t)$ имеет спектр, ограниченный частотой F_B, то он может быть полностью и однозначно восстановлен по его дискретным отсчетам, взятым через интервалы времени $T = 1/2F_B$, т.е. с частотой $f_д = 2F_B$.

Восстановление сигнала осуществляется при помощи функции $\mathrm{sinc}(x) = \sin(x)/x$. Котельниковым было доказано, что непрерывный сигнал, удовлетворяющий выше приведенным критериям, может быть представлен в виде ряда

$$x(t) = \sum_{k \in Z} x(kT)\,\mathrm{sinc}(t/T - k). \qquad (2.1)$$

Поэтому, функции $\mathrm{sinc}(x)$ называется еще функцией отсчетов или Котельникова, хотя интерполяционный ряд (2.1) изучал еще Е.Уитакер в 1915 году. Функция отсчетов имеет бесконечную протяженность по времени и достигает наибольшего значения, равного единице, в точке $k = t/T$, относительно которой она симметрична (Рис.2.3).

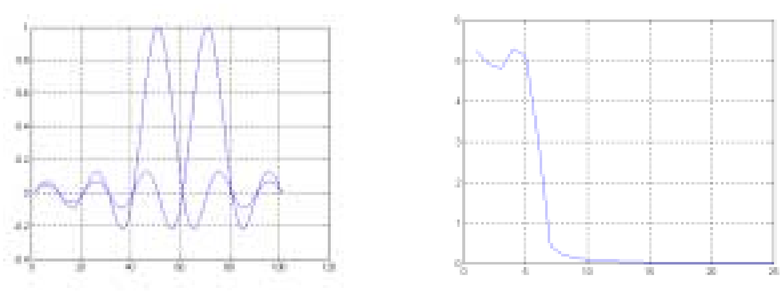

Рис.2.3. Функции Котельникова и их спектр.

Каждую из этих функций можно рассматривать как отклик идеального (прямоугольного) фильтра низких частот (ФНЧ) с граничной частотой $1/T$ на дельта-импульс, пришедший в момент времени kT. Таким образом, для восстановления непрерывного сигнала из его дискретных отсчетов, их необходимо пропустить через соответствующий ФНЧ. Заметим, что этот фильтр является некаузальным и физически нереализуемым.

Восстановление сигнала из дискретных отсчетов по формуле (2.1) почти никогда не используется. Причина заключается в медленном убывании функций отсчетов. Чаще применяются гораздо более простые методы линейной интерполяции.

Теорема Котельникова широко применяется при выборе частоты дискретизации сигналов на практике. Обычно частоту дискретизации выбирают с небольшим запасом, чтобы учесть неидеальные характеристики фильтров (антиэлайзингового и реконструкции), невозможность формирования дельта-импульсов, а также ограниченность сигнала по времени. В самом деле, у ограниченного по времени сигнала принципиально не может быть ограниченного спектра, значит при дискретизации возникнут искажения.

Надо отметить, что точная интерполяция возможна только при использовании физически нереализуемых фильтров, то есть в теории. На практике же возникает ошибка интерполяции, величину которой можно строго рассчитать. Наличие этой ошибки является одной из причин различия звучания аналогового и цифрового звука (винил и CD).

2.2. Современные обобщения теоремы отсчетов

Известно несколько обобщений теоремы отсчетов. Одно из них – неравномерную дискретизацию - мы уже упоминали. При этом можно примерно считать, что восстановление сигнала будет возможно, если средняя частота взятия отсчетов равна частоте Найквиста. Этот факт называется иногда «народной теоремой» и был, по всей видимости, известен еще во времена Коши.

Другое обобщение теоремы отсчетов – теорема отсчетов производной. Она гласит, что если в распоряжении имеются сигнал и его первая производная, то для сохранения всей информации достаточно иметь равномерно взятые отсчеты этих сигналов, взятых с частотой вдвое меньшей частоты Найквиста. И в этом случае для восстановления необходимо иметь идеальные фильтры.

Рассмотрим теперь применение теоремы отсчетов для цифрового сигнала, то есть для последовательности $x[n]$. Аналогом дискретизации для цифрового сигнала служит операция прореживания. Теорема отсчетов для последовательностей описывает правила, согласно которым мы можем без потери информации «выбрасывать» некоторые ее члены, то есть прореживать цифровой сигнал. Операция прореживания называется еще децимацией, ее выполняет устройство, называемое дециматором. Обратная ей операция восстановления сигнала называется интерполяцией, ее реализует интерполятор. Децимация обозначается стрелкой, направленной вниз: $\downarrow$, а интерполяция – стрелкой, направленной вверх: $\uparrow$. Рядом со стрелкой стоит коэффициент децимации (интерполяции). Например, запись $\downarrow 2$ означает, что из последовательности выбрасывается каждый второй отсчет, запись $\uparrow 2$ означает вставку нуля между соседними отсчетами. Дециматор и интерполятор являются линейными системами.

Соотношение вход-выход для дециматора имеет вид

$$y[n] = x[Mn], \tag{2.2}$$

то есть выходной сигнал равен входному в моменты времени Mn.

Интерполятор описывается выражением

$$y[n] = \begin{cases} x[n/L], & n \text{ кратно } L, \\ 0, & \text{в других случаях.} \end{cases} \tag{2.3}$$

Спектр выходного сигнала интерполятора является L-кратно сжатой версией исходного сигнала. Кроме того, появляются $L-1$ копий, члены отражения. При интерполяции потери информации не происходит.

Так как децимация соответствует сжатию во временной области, то в частотной области наблюдается эффект растяжения. Спектр M-кратно децимированного сигнала «растянут» в M раз. Кроме того, появляются M-1 копий, члены наложения. Для того, чтобы эти копии не перекрывались с «основным» спектром, полоса частот $x[n]$ должна быть ограничена величиной $|\omega| < \pi / M$ (частота Найквиста для дискретного случая).

На Рис.2.4 показано влияние эффектов интерполяции и децимации на спектр сигнала.

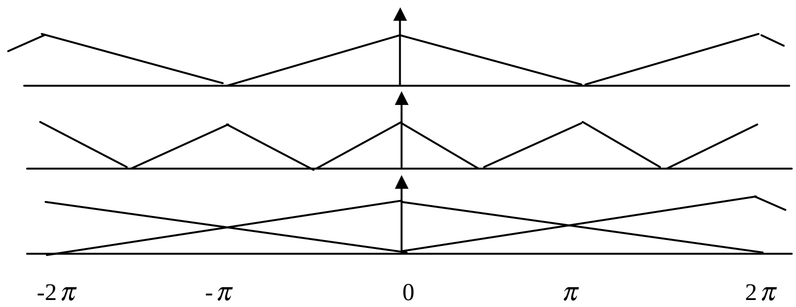

Рис.2.4. Изменение спектра последовательности при интерполяции и децимации. Сверху вниз: спектр исходного сигнала; двукратно интерполированного; двукратно децимированного.

«Народная» теорема может быть применена для сжатия сигналов. Пусть $x[n]$-последовательность, спектр которой ограничен сверху частотой $\omega = 2\pi/3$. Так как $\omega < \pi$, то возможно сжатие сигнала. Один из подходов к решению этой задачи заключается в применении дробного дециматора (Рис.2.5). Более простой же метод состоит в разбиении исходной последовательности на блоки по три отсчета и оставлении в каждом из них по два отсчета. Согласно «народной» теоремы, потери информации не происходит.

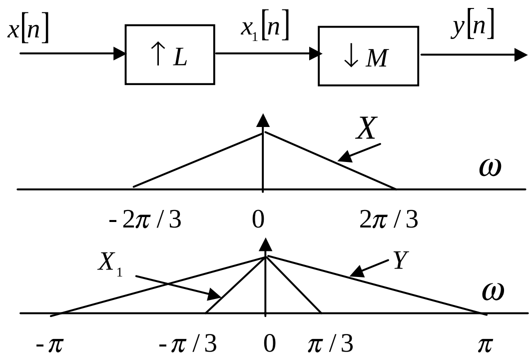

Рис.2.5. Преобразования сигналов в дробном преобразователе частоты.

Теорема отсчетов производной также может быть применена для сжатия сигналов. В дискретном случае взятие производной заменяется взятием первой разности, то есть $\delta = x[m] - x[m-1]$. Пусть отсчет цифрового сигнала кодируется 16 битами. Можно ожидать, что разность между соседними отсчетами потребует для своего представления меньшего количества бит, например, 8. Вместо передачи N отсчетов достаточно передать $N/2$ отсчетов и столько же разностей. Средняя скорость кодирования на отсчет составит 12 бит.

2.3. Квантование аналоговых сигналов

Под квантованием понимают преобразование некоторой величины с непрерывной шкалой значений в величину, имеющую дискретную шкалу значений. Оно заключается в замене любого значения отсчета одним из конечного множества разрешенных значений, или уровней квантования, как это показано на Рис.2.6. В результате выполнения этой операции появляется ошибка квантования, исходя из требуемого значения которой выбирается число уровней квантования.

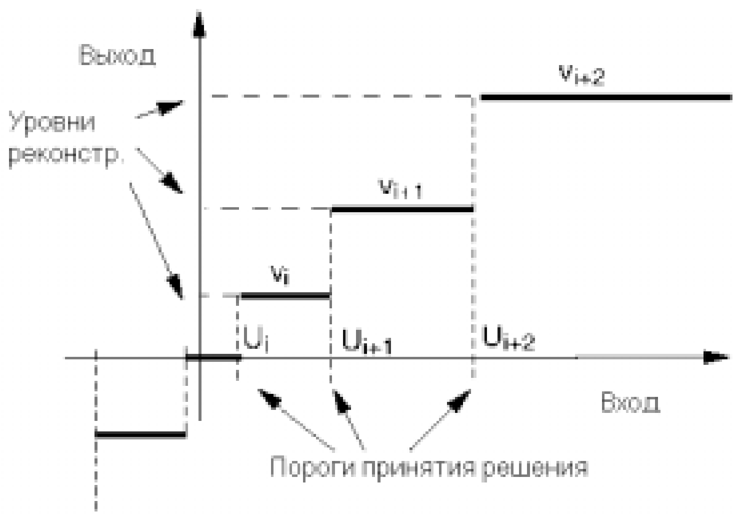

Рис.2.6. Функция передачи квантователя (равномерного).

Ошибка квантования случайного сигнала носит шумовой характер, и может моделироваться путем добавления аддитивного шума к сигналу. Чем больше уровней квантования, тем меньше ошибка. Простейшим примером квантования является округление вещественных чисел. Максимально возможная при этом ошибка составляет 0,5/отсчет, или 0,25/отсчет, если говорить об энергии ошибки.

Так как целые числа (уровни квантования) расположены через одинаковые интервалы, то говорят о равномерном квантовании. Известно, что средняя ошибка равномерного квантователя случайного сигнала равна $\Delta^2/12$, где Δ - шаг квантователя. Таким образом, в случае операции округления средняя ошибка получается равной 1/12. Приведем еще одно важное соотношение, справедливое для равномерно квантуемого случайного сигнала. Отношение сигнал/шум на выходе квантователя примерно равно $6N$ дБ, где N - число бит, используемых для кодирования одного отсчета. Например, у 12-разрядного АЦП отношение сигнал/шум может быть 72дБ.

Конечно, моделировать ошибку квантования аддитивным шумом не всегда справедливо. Так на Рис.2.7 показано квантование синусоиды, и соответствующая ошибка квантования, как можно увидеть, далеко неслучайна и коррелирована с сигналом. Коррелированная с сигналом ошибка квантования, например, музыкального сигнала дает ощущение «грязного» звука при прослушивании. Для «придания» ошибке более случайного характера к исходному аналоговому сигналу можно добавить некоторое количество высокочастотного шума. Этот метод называется дизеризацией, а соответствующий квантователь – дизеризованным.

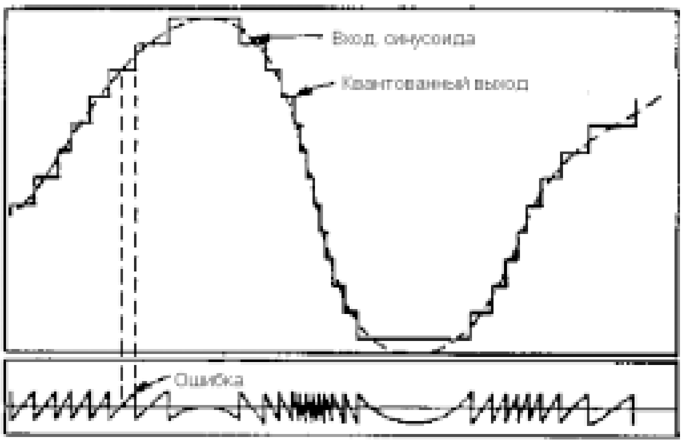

Рис.2.7. Ошибка квантования синусоидального сигнала.

Энергия ошибки при использовании данного метода несколько возрастает, но ошибка оказывается декоррелированной с сигналом, что в некоторых случаях улучшает качество звучания. Наиболее эффективный, но трудоемкий метод декорреляции ошибки квантования называется дизеризацией с вычитанием. Суть его состоит в следующем.

Вначале генерируется и запоминается последовательность псевдослучайных чисел. Затем она пропускается через ЦАП и складывается с аналоговым сигналом. На выходе АЦП запомненные случайные числа вычитаются из оцифрованного сигнала.

Ошибка на выходе идеального равномерного квантователя имеет равномерный спектр от 0 до частоты, равной половине частоты дискретизации. Однако, система человеческого слуха (человеческого зрения) имеет различную частотную чувствительность. Существуют методы построения квантователей, учитывающих аудиовизуальные свойства человека. Спектр ошибки квантования при этом перемещается за пределы видимого (слышимого) диапазона, то есть осуществляется шейпинг шума квантования. Такой шейпинг осуществляет, например, модулятор сигма-дельта АЦП.

Уменьшение ошибки квантования возможно путем увеличения числа уровней квантования. Однако, это не всегда возможно. Вместе с тем в технике широкое применение нашли компандеры: устройства, осуществляющие сжатие динамического диапазона аналогового сигнала перед квантователем (компандирование) и его расширение после квантователя (экспандирование). Применение компандеров позволяет уменьшить ошибки квантования. Одним из примеров компандера является логарифмический компандер, использующийся при кодировании речи по стандарту ИКМ (А-закон, μ-закон).

2.3.1. Принципы работы ЦАП и АЦП

Цифроаналоговый преобразователь преобразует последовательность чисел в непрерывный сигнал. В сущности он находит взвешенную сумму бит числа. На Рис.2.8 для примера показан трехбитный ЦАП. Точность преобразования такого ЦАП зависит от качества резисторов и опорного напряжения.

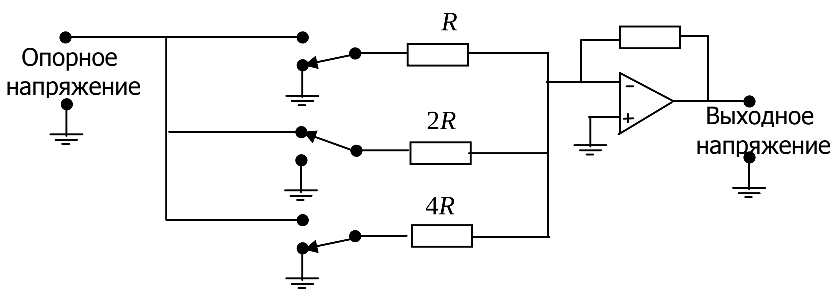

Рис.2.8. ЦАП с умножением напряжения источника.

ЦАП, изображенный на Рис.2.8, называется ЦАП с умножением напряжения источника. В ЦАП с умножением напряжения источника используется эталонное напряжение, которое подключается, либо отключается под воздействием цифровых данных. Преобразователь называется «с умножением напряжения источника», потому что он умножает значение напряжения источника на определенную величину усиления.

Такая схема построения АЦП имеет существенный недостаток: число различных номиналов резисторов должно быть равным числу бит ЦАП. Однако, существует возможность построения многобитного ЦАП и с использованием всего лишь двух резисторов. Так строятся обычно применяемые 8-, 12- и 16-битные ЦАП (последние - в высококачественной аппаратуре).

Так как число различных уровней напряжения на выходе ЦАП конечно (в нашем примере – 3), то сигнал на выходе будет ступенчатым, также, как и при дискретизации. Подобный ступенчатый эффект представляет собой искажение, которое необходимо устранить до того, как аналоговый сигнал будет использоваться. Для устранения этого эффекта применяют низкочастотные сглаживающие фильтры (которые иногда путают с анти-элайзинговыми фильтрами, применяющимися в АЦП). Подобные фильтры стоят и в звуковых платах ваших компьютеров. Их назначение, честно говоря, не очень-то понятно. В самом деле, частота дискретизации звуковых карт обычно находится в районе 44 кГц. Значит, фильтр подавляет помехи выше 22 кГц. Но человеческое ухо и так не способно воспринимать эти частоты! С другой стороны, фильтр вносит искажения.

Одним из параметров ЦАП является максимально возможная скорость изменения аналогового сигнала на выходе. От него зависит предельная скорость поступления цифровых данных в ЦАП. Обычно этот параметр находится в пределах нескольких вольт в микросекунду и определяется качеством выходного усилителя ЦАП, а также переходными процессами в емкостях.

Слишком высокая скорость поступления данных в ЦАП может вызвать так называемый глич-эффект, или появление выбросов в выходном сигнале. Он объясняется тем, что биты на входе не изменяются точно в один и тот же момент. Рассмотрим для примера четырехбитовый ЦАП, в котором входной отсчет изменяется с 0111 в 1000. Если старший бит «проходит» через более быструю логику, чем остальные, выход ЦАП будет эквивалентен входной последовательности 0111-1111-1000, то есть в ней будет наблюдаться выброс. Для борьбы с этим эффектом применяют схему стабилизации выходного напряжения, которая поддерживает его постоянным до того момента, как все ключи «сработают».

Наиболее часто применяемый АЦП, называемый АЦП с последовательным приближением, состоит из ЦАП и компаратора. Этот преобразователь показан на Рис.2.9.

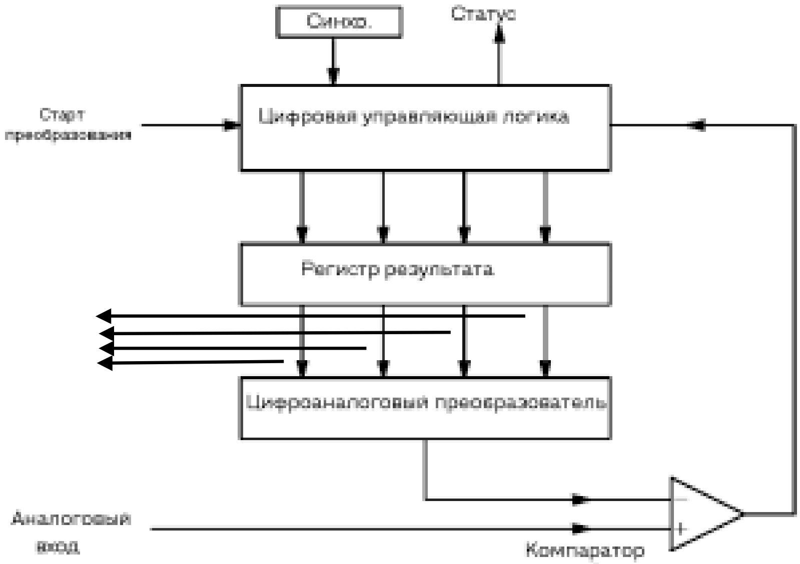

Рис.2.9. Структурная схема ЦАП с последовательным приближением.

Он работает следующим образом. Компаратор воспринимает два входных аналоговых сигнала и вырабатывает выходной признак по результату сравнения. Управляющая логика вырабатывает необходимые логические сигналы для последующих этапов, указывая какой бит следует определить в данный момент. Регистр последовательного приближения устанавливает необходимые биты в «0» или «1» в зависимости от сигналов, поступающих из управляющей логики. ЦАП преобразует цифровые сигналы к одному из 16 (в данном случае) уровней напряжения.

В АЦП с последовательным приближением формирование каждого бита осуществляется за один цикл. Поэтому *n*-разрядному АЦП требуется для преобразования *n* циклов. Как правило, АЦП с последовательным приближением дешевые, точные и быстрые. Обычно время преобразования составляет 100-200 микросекунд.

Заметьте, что программа, работающая с таким АЦП не сможет сразу считать цифровой результат. Она должна вызвать «старт» преобразования и дождаться его окончания (флаг статуса). Хотя на схеме и не показано, но АЦП имеет схему накопления-хранения в аналоговой части. Иначе изменение сигнала в середине преобразования приведет к существенной ошибке.

Последовательные АЦП по принципу действия схожи с АЦП с последовательным приближением. Отличие состоит в том, что преобразование выполняется последовательно, каскадно. Преимущество такого подхода в том, что при преобразовании последовательности бит определенное время требуется лишь для преобразования первых битов, а затем биты выдаются на каждом такте с задержкой, равной числу каскадов.

Интегрирующие АЦП работают, считая импульсы в течении времени, пропорциональному входному напряжению. С приходом каждого импульса интегратор увеличивает значение пилообразного напряжения. Это продолжается до тех пор, пока размер пилы не достигнет значения входного напряжения. Такие АЦП более медленные, чем АЦП с последовательным приближением, но так как в них не используется ЦАП, они имеют большее разрешение.

2.3.2. Сигма-дельта АЦП

В последние годы благодаря развитию технологий одними из наиболее популярных стали сигма-дельта АЦП и ЦАП высокого разрешения. Они применяются в аудиоаппаратуре, измерительных устройствах, везде, где требуются большой динамический диапазон при низкой скорости выборки отсчетов.

В сигма-дельта АЦП аналоговый сигнал квантуется с очень низким разрешением (как правило, 1 бит) на частоте, во много раз превышающей максимальную частоту спектра сигнала. Используя эту передискретизацию в сочетании с цифровой фильтрацией, удается значительно повысить разрядность. Для уменьшения числа отсчетов на выходе АЦП применяется децимация. Однобитовые сигма-дельта АЦП и ЦАП обладают превосходной линейностью благодаря линейности 1-битного квантователя. Здесь не требуется высокоточная лазерная подгонка, как в других архитектурах АЦП. Структура сигма-дельта ЦАП принципиально не отличается от АЦП, за исключением порядка следования процессов.

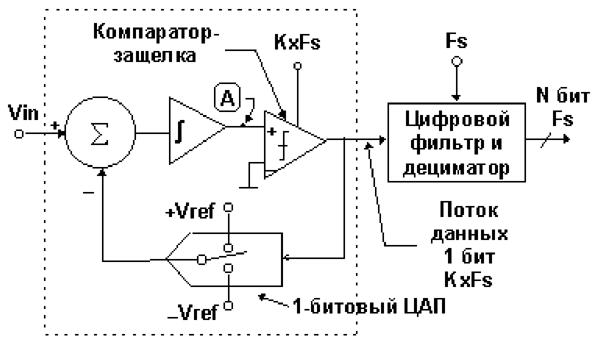

Рис.2.10. Сигма-дельта АЦП первого порядка.

Блок-схема сигма-дельта АЦП первого порядка представлена на Рис.2.10. Входная (аналоговая) часть такого класса приборов - сигма-дельта модулятор, преобразующий входной сигнал в последовательный непрерывный поток нулей и единиц, следующих с частотой KF_S. Замкнутая цепь обратной связи состоит из вычитающего устройства, интегратора, компаратора (1-бит АЦП), 1-бит ЦАП. Этот ЦАП принимает последовательный поток данных, а сигнал с его выхода вычитается из входного сигнала.

Из теории обратной связи следует, что средняя величина напряжения на выходе ЦАП при достаточном петлевом усилении может достигать значения на входе модулятора. Интегратор может быть представлен как фильтр, амплитуда отклика которого пропорциональна 1/*f*, где *f* - частота входного воздействия. Компаратор синхронизируется тактовыми импульсами, следующими с частотой KF_S, преобразуя медленный входной сигнал в сигнал переменного тока высокой частоты, меняющейся в зависимости от среднего значения напряжения на входе. Таким образом эффективное значение шума квантования на низких частотах пренебрежимо мало, а интегратор выступает в роли фильтра высоких частот для шума квантования. Распределение спектра результирующего шума сильно зависит от скорости квантования, постоянной времени интегратора и точности балансировки обратной связи по напряжению.

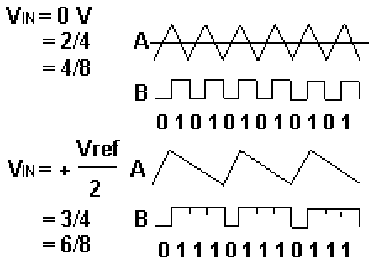

Рис.2.11. Формирование сигналов сигма-дельта модулятора.

Для различных входных величин в одном интервале квантования данные от 1-бит АЦП мало что значат. Только когда накоплено большое число отсчетов, мы получим результирующее значение. Если входной сигнал близок к положительному краю полной шкалы, то в битовом потоке на выходе больше единиц, чем нулей, и наоборот, если сигнал ближе к отрицательному краю, то больше нулей. Для сигнала, близкого к середине шкалы, количество нулей и единиц примерно одинаково. На Рис.2.11 показано выходное состояние интегратора для двух входных условий: первое - для нулевого входного воздействия (середина шкалы), второе - для некоторого положительного сигнала.

Для декодирования выходного потока пропустим выходные отсчеты через простой цифровой фильтр низкой частоты, который усредняет только по четырем отсчетам. На выходе фильтра будет 2/4. Это значение соответствует нулю. По мере накопления отсчетов достигается более широкий динамический диапазон. Например, накопление 8 отсчетов даст 4/8 (3-бит разрешение). На нижней диаграмме накопление, проведенное для 4 отсчетов, даст 3/4, а для 8 - 6/8.

Сигма-дельта АЦП можно также рассматривать как синхронный преобразователь напряжения в частоту и следующий за ним счетчик. Число единиц, подсчитанное в заданном количестве отсчетов выходного потока данных, счетчик выдаст как цифровое значение входного воздействия.

Однако прямой метод накопления подходит только для постоянных или медленно меняющихся входных сигналов из-за низкой скорости преобразования, так как только за 2^N тактов цикла можно достичь N-бит эффективного разрешения. Для повышения скорости преобразования применяют специальные способы распараллеливания процессов.

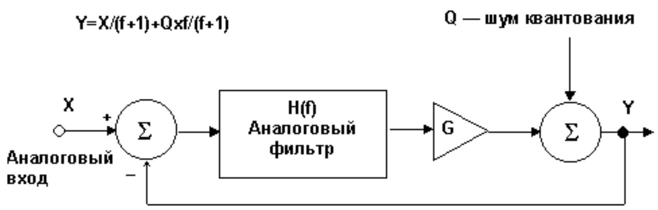

Рис.2.12. Линейная модель сигма-дельта модулятора.

Дальнейший анализ сигма-дельта АЦП лучше всего производить в частотной области, используя линейную модель (Рис.2.12). Отметим, что здесь интегратор представлен как аналоговый фильтр с заданной передаточной характеристикой H(f) имеющей амплитудную зависимость обратно пропорциональную частоте. Квантователь показан как каскад усиления, предшествующий сумматору шума квантования.

Одним из преимуществ частотного подхода является то, что для описания поведения сигналов можно пользоваться простой алгеброй. Выходная величина Y может быть представлена как разность X - Y, умноженная на передаточную функцию аналогового фильтра и на коэффициент передачи усиливающего звена, а затем сложенная с шумом квантования Q. Если положить коэффициент передачи равным 1, а передаточную функцию представить как 1/f, то в результате получим:

$$Y=(X-Y)/f+Q=X/(f+1)+Qf/(f+1)$$

Отсюда следует, что на частоте f = 0, Y = X. С увеличением частоты величина X уменьшается, а значение шумовой компоненты возрастает. Так как аналоговый фильтр действует как ФНЧ на сигнал и как ФВЧ на шум квантования, такие модуляторы с фильтрами часто называют шумообразующими. Это иллюстрирует Рис.2.13.

Рис.2.13. Распределение шума квантования.

Из теории аналоговых фильтров известно: чем выше порядок фильтра, тем лучше его основные свойства. С некоторыми оговорками это справедливо и для сигма-дельта модуляторов (Рис.2.14).

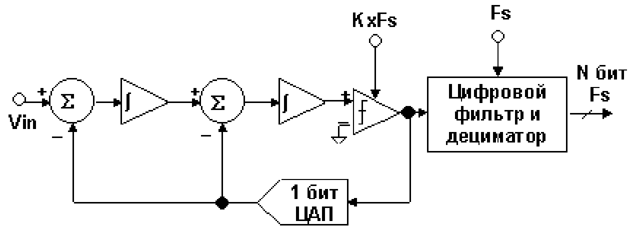

Рис.2.14. Сигма-дельта АЦП второго порядка.

На Рис.2.15 даны сравнительные характеристики шумовых распределений.

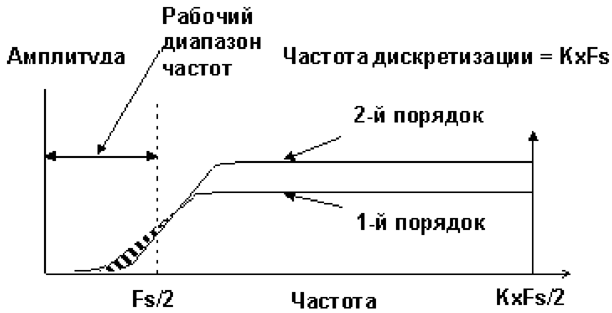

Рис.2.15 Функции распределения спектра шума для модуляторов первого и второго порядка.

На Рис.2.16 представлены графики зависимостей отношения сигнал/шум от коэффициентов передискретизации для модуляторов первого, второго и третьего порядков. Отметим, что для первого порядка характеристика имеет наклон 9 дБ на октаву и 15 дБ на октаву для второго. Модуляторы высшего порядка (начиная с третьего) могут реально иметь лучшие показатели, но их линейная модель должна быть более точной, а для достижения стабильности потребуются более тонкие технологии производства. Здесь для наглядности приведена характеристика идеального устройства третьего порядка, график для реальных схем будет иметь наклон на 2-3 дБ меньше.

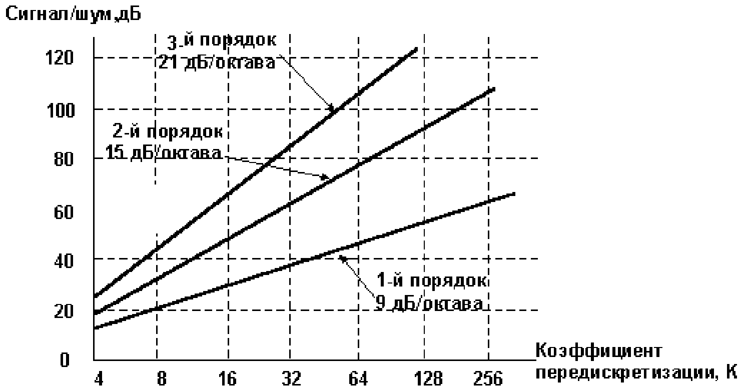

Рис.2.16. Зависимость отношения сигнал/шум от коэффициента передискретизации для одно- двух- и трехкаскадного преобразователей

Эти кривые могут быть использованы для приблизительного определения достижимого разрешения в зависимости от порядка модулятора и значения коэффициента передискретизации. Например, если величина передискретизации составляет 64, идеальная система второго порядка способна показать отношение сигнал/шум около 80 дБ. Это соответствует разрешению АЦП, равного примерно 13 бит. К тому же при фильтрации, производимой цифровым фильтром, возможно уточнение выходного слова более 13 бит. Дополнительные биты могут быть скрыты под шумовым порогом.

Рассмотрим основные составляющие технологии построения сигма-дельта преобразователей: передискретизацию, процесс шумообразования в сигма-дельта модуляторе, цифровую фильтрацию и децимацию.

Как мы уже знаем, при классическом подходе к процессу дискретизации эффективное значение шума квантования в полосе частот от 0 до $f_д/2$ составляет $\Delta^2/12$, где Δ - шаг квантования, или вес младшего разряда отсчетов на выходе АЦП. Значительная часть шума квантования попадает в рабочую полосу частот.
При соблюдении условия теоремы Котельникова (полоса частот полезного сигнала меньше либо равна) аналоговый фильтр на входе преобразователя должен обладать высокой крутизной спада АЧХ за полосой пропускания. Это необходимо для эффективного ослабления высокочастотных шумов и помех, проникающих в рабочую полосу в результате интерференции с гармониками частоты дискретизации. В подавляющем большинстве случаев, это - активный ФНЧ. Но добиться удовлетворительного коэффициента гармоник у таких фильтров - весьма непростая задача, также как добиться малых фазовых искажений. При решении данной проблемы возникают глубокие противоречия.

При этом входной сигнал квантуется с частотой $Kf_д$, где *К* - отношение передискретизации, а $f_д$ - частота выходного цифрового потока. Здесь появляется два новых элемента схемы: цифровой фильтр и дециматор, описанный в п.2.2.

Шум квантования в полосе частот от $f_д$ до $Kf_д/2$ подавляется цифровым фильтром в выходном потоке. Кроме того можно добиться малой неравномерности АЧХ и ФЧХ цифрового фильтра и высокой линейности. Сам же аналоговый фильтр вырождается в простое R-C звено. К сожалению цена за сверхразрешение высока, потому что для улучшения отношения сигнал/шум на 6 дБ (1 бит) требуется соответственно увеличить коэффициент передискретизации в 4 раза. Для сохранения значения этого коэффициента в разумных пределах можно перераспределить спектр шума квантования так, что бы основная его часть была между $f_д/2$ и $Kf_в/2$ и только небольшая на отрезке [0.. $f_д/2$]. Эту функцию шейпинга шума выполняет сигма-дельта модулятор. После такого распределения цифровой фильтр легко подавит значительную часть энергии шума квантования, и общее отношение сигнал/шум, определяющее динамический диапазон, ощутимо возрастет.

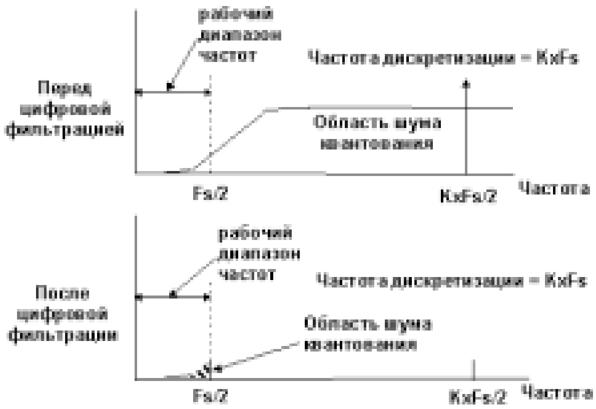

Рис.2.17. Действие цифровой фильтрации на шум квантования.

После того, как шум квантования был сформирован квантователем в полосе частот выше рабочего диапазона, необходимо подавить продукты этого шума с помощью цифровой фильтрации (см. Рис.2.17). Цифровой фильтр преследует двойную цель. Во-первых, он должен ослаблять переотражения от выходной частоты преобразования $f_д$. Во-вторых, подавлять продукты высокочастотных компонент шумообразующего процесса сигма-дельта модулятора. Снижение частоты вывода данных выполняется с помощью децимации.

Децимация может также рассматриваться как метод избавления от избыточной информации, привнесенной передискретизацией. В сигма-дельта АЦП широко используется совмещение функций цифрового фильтра и дециматора - в результате вычислительная эффективность повышается.

2.4. Квантование дискретных сигналов

В последние годы под квантованием чаще всего понимают процесс преобразования сигналов с дискретной шкалой значений также в цифровые сигналы, диапазон значений отсчетов которых меньше. Особенно важное значение такое преобразование имеет для сжатия сигналов, то есть уменьшения размерности их цифрового описания. При этом аналоговый сигнал вначале преобразуется в цифровой при помощи квантования с достаточно большим числом уровней, выполняемым АЦП, а затем этот сигнал «сжимается» в системе ЦОС. Сжатие достигается за счет двух вещей. Во-первых, цифровые значения отсчетов реальных сигналов оказываются коррелированными. Так, коэффицент корреляции соседних отсчетов речи примерно равен 0,9. Эта корреляция может использоваться, например, в дифференциальных системах кодирования или в системах сжатия с предсказанием. Во-вторых, при сжатии используются свойства системы человеческого слуха (зрения), которая выступает подобно фильтру, пропускающего определенные частоты (и типы искажений) и задерживающего остальные. Благодаря этим свойствам зачастую наблюдается эффект несовпадения субъективно наблюдаемого качества сигнала и объективно измеренной меры искажения.

Выбор меры искажения является одним из главных вопросов при проектировании квантователя. Наиболее часто используют среднеквадратическую ошибку, которая выражается в удобной математической форме и во-многом отражает свойства увственного восприятия. Среднеквадратическая ошибка определяется из выражения

$$d = \frac{1}{N}\left(x_k - \hat{x}_k\right)^2, \tag{2.4}$$

где x_k - отсчет исходного сигнала; $\hat{x}_k$ - отсчет квантованного сигнала, N - длина сигнала.

Иногда квантование непосредственно сигнала не столь эффективно, как квантование его преобразованной версии. Причина этого заключается в том, что коэффициенты преобразования могут оказаться декоррелированными, при должном выборе преобразования. Кроме того, оказывается возможным делать априорные предположения о величине коэффициентов,исходя из их местоположения. В основном применяются ортогональные преобразования, например, Фурье, дискретное косинусное, вейвлетное преобразования. Чаще всего кодирование с преобразованием применяется при сжатии изображений. Так, в основе стандарта JPEG лежит дискретное косинусное преобразование блоков изображения, а в основе стандарта JPEG2000 – вейвлет-преобразование изображения.

На заключительной стадии многих алгоритмов сжатия применяется энтропийный кодер, осуществляющий собственно сжатие. В качестве такого кодера наиболее часто используется сочетание кодера длин серий с кодером Хаффмана или арифметическим кодером. Отметим, что при векторном квантовании сигналов, рассматриваемом ниже, нужда в энтропийном кодере иногда отсутствует.

При построении алгоритма сжатия существуют две возможности: анализировать и квантовать каждый отсчет сигнала в отдельности или вместе с другими отсчетами, объединяя их в вектор. Соответственно, выделяют скалярные и векторные квантователи.

2.4.1. Скалярные квантователи

Скалярный квантователь характеризуется двумя параметрами: числом уровней квантования и шагом квантования. Простейшим видом скалярного квантователя является равномерный квантователь.

2.4.2. Векторное квантование. *(Основные понятия, Ллойда-Макса, древовидный)*.

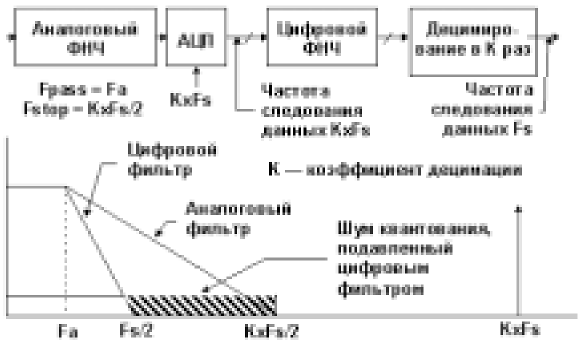

Рис.2.10. Передискретизация при аналоговой и цифровой фильтрациях